

Corso di dottorato in : TEORIA DEL CONTROLLO OTTIMO (Optimal Control Theory)

Docente: Stefano Demichelis
email: stefano.demichelis@unipv.it

Il corso è rivolto a matematici puri e applicati, ingegneri ed economisti e si propone di introdurre alla teoria del controllo ottimo con particolare enfasi sulle applicazioni geometriche, ingegneristiche e a macroeconomia e finanza.

Orario

Prevedo 24 ore divise in otto lezioni di tre ore ciascuna, in presenza. Se richiesto saranno anche trasmesse via Zoom e metterò a disposizione le registrazioni delle lezioni.

Le lezioni si terranno: di MARTEDÌ a partire da **MARTEDÌ 18 MARZO**, presso il Dipartimento di Matematica. Nelle seguenti aule:

1. 18.03.25, Aula Beltrami, dalle ore 11.00 alle 14.00;
2. 25.03.25, Aula Beltrami, dalle ore 11.00 alle 14.00;
3. 01.04.25, Aula Beltrami, dalle ore 11.00 alle 14.00;
4. 08.04.25, Sala Conf Biblio, dalle ore 13.00 alle 16.00;
5. 29.04.25, Aula Beltrami, dalle ore 11.00 alle 14.00;
6. 06.05.25, Sala Conf Biblio, dalle ore 13.00 alle 16.00;
7. 13.05.25, Sala Conf Biblio, dalle ore 13.00 alle 16.00;
8. 20.05.25, Sala Conf Biblio, dalle ore 13.00 alle 16.00.

Sono disponibile a valutare modifiche dell' orario per venire incontro alle esigenze degli studenti.

Prerequisiti

Nozioni di analisi, analisi funzionale e topologia differenziale elementare coperte nei corsi per la laurea magistrale.

Aver seguito un corso di Calcolo delle Variazioni e qualche familiarità con le lezioni introduttive di Evans (disponibili qua: <https://math.berkeley.edu/~evans/control.course.pdf>) può essere utile. Questi argomenti verranno, comunque, rivisti nelle prime lezioni.

Argomenti

(Gli argomenti potranno variare a seconda del retroterra e degli interessi degli studenti.)

- Equazioni differenziali ordinarie, soluzione di sistemi lineari, linearizzazione, campi vettoriali, forme differenziali, parentesi di Lie, calcolo differenziale sulle varietà.
- Definizione del problema del controllo ottimo, esempi elementari, calcolo "cronologico" alla Agrachev, rotazioni di un corpo rigido, equazioni di Eulero, generalizzazione ai gruppi di Lie (cenni).
- Controllabilità, Principio del massimo di Pontryagin: dimostrazione e prime applicazioni. Sistemi lineari e quadratici. Controllo bang-bang. Dubin's car, Controllo dei satelliti e di altri sistemi meccanici. Sistemi Hamiltoniani.
- Condizioni di ottimalità del secondo ordine e di ordine superiore. Equazione di Jakobi. Applicazioni. Fenomeno di Fuller: teoria ed esempi.
- Condizioni sufficienti, equazione di Bellman, soluzioni di viscosità.
- Giochi differenziali, equazione di Isaacs, problemi aperti.
- Applicazioni ed esercizi in Finance e Macroeconomia.

Testi consigliati

Gli argomenti verranno trattati dai seguenti testi:

- An Introduction to Mathematical Optimal Control Theory. (Spring, 2024 version)
<https://math.berkeley.edu/~evans/control.course.pdf>
Introduttivo, molto chiaro e ben fatto.
- AGRACHEV, Andrei A.; SACHKOV, Yuri. *Control theory from the geometric viewpoint*. Springer Science & Business Media, 2013.
Ottimo per la scelta degli argomenti e di esempi e applicazioni, trattati con approccio geometrico. Può risultare ostico a una prima lettura.
- ZELIKIN, Michail I.; BORISOV, Vladimir F. *Theory of chattering control: with applications to astronautics, robotics, economics, and engineering*. Springer Science & Business Media, 2012.
Referenza standard per il fenomeno di Fuller. Esposizione non sempre chiarissima.
- BARDI, Martino, et al. *Optimal control and viscosity solutions of Hamilton-Jacobi-Bellman equations*. Boston: Birkhäuser, 1997.
Ottimo libro su equazione di Hamilton-Jacobi-Bellman, dimostrazioni chiare e complete, numerosi ed utili esercizi.

- GRIFFITHS, Phillip A. *Exterior differential systems and the calculus of variations*. Springer Science & Business Media, 2013.
Un libro per approfondire la teoria dei sistemi non olonomi, qualora gli studenti siano interessati.
- Diversi esercizi nei quali la teoria viene applicata a situazioni economiche (politica monetaria, teoria dello sviluppo, finance) si trovano, per esempio, in:
 - WEBER, Thomas A. *Optimal control theory with applications in economics*. MIT press, 2011.
 - SEIERSTAD, Atle; SYDSAETER, Knut. *Optimal control theory with economic applications*. Elsevier North-Holland, Inc., 1986.

N.B: Per ulteriori informazioni scrivetemi a stefano.demichelis@unipv.it